Eixo Tecnológico

Formações Complementares

Oscilações

Professor Anaximandro Dalri Merizio

ANP

Física – Oscilações

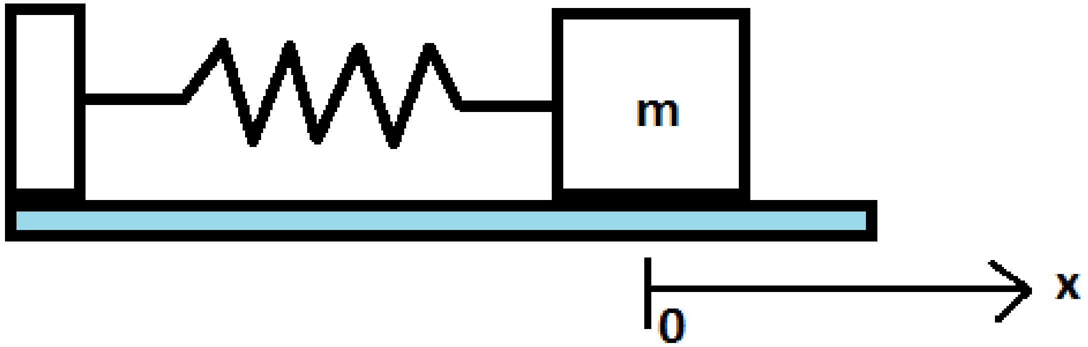
Figuras com exemplos

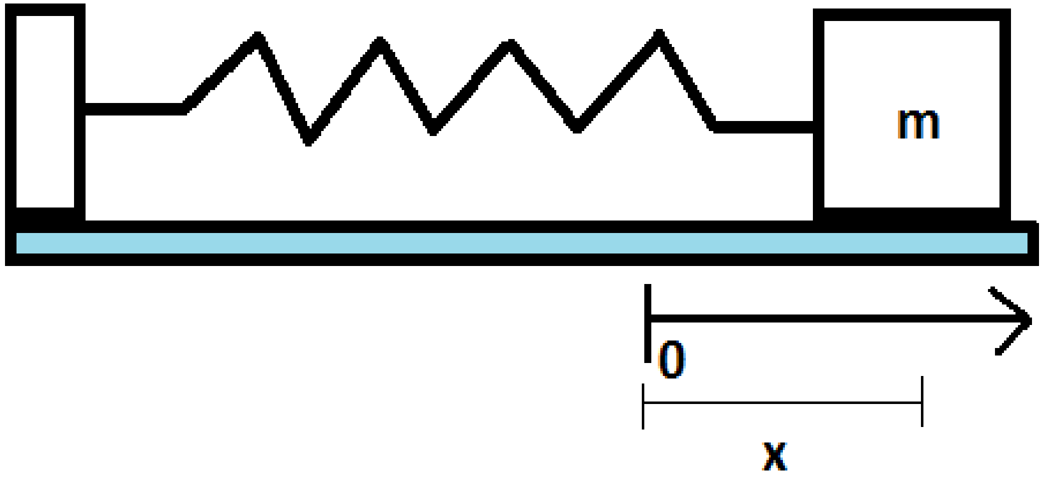
Fonte: https://cdn.britannica.com/s:700x500/46/144146-050- 8DF8134A/Foucault-pendulum-Pantheon-Paris.jpg Acesso em 18/05/2020.

Física – Oscilações

Fonte: https://i.pinimg.com/236x/f8/93/6c/f8936c1c411c75350e603a08e3cf73da--earthquake-damage-japan-earthquake.jpg Acesso em 18/05/2020.

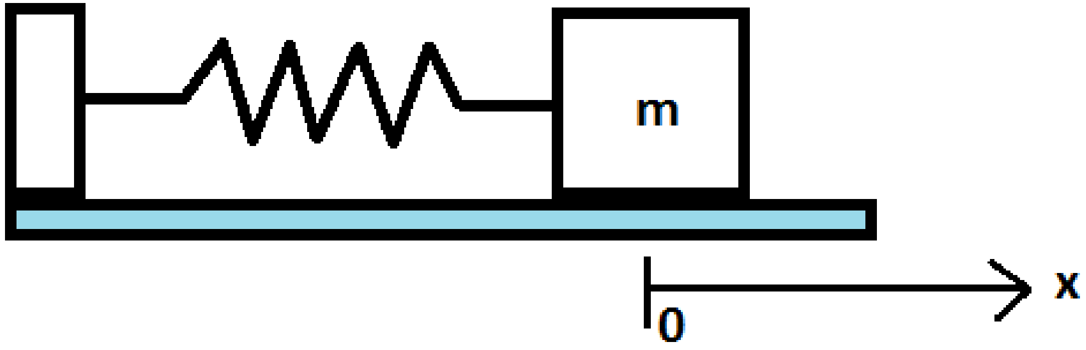
SISTEMA MASSA-MOLA

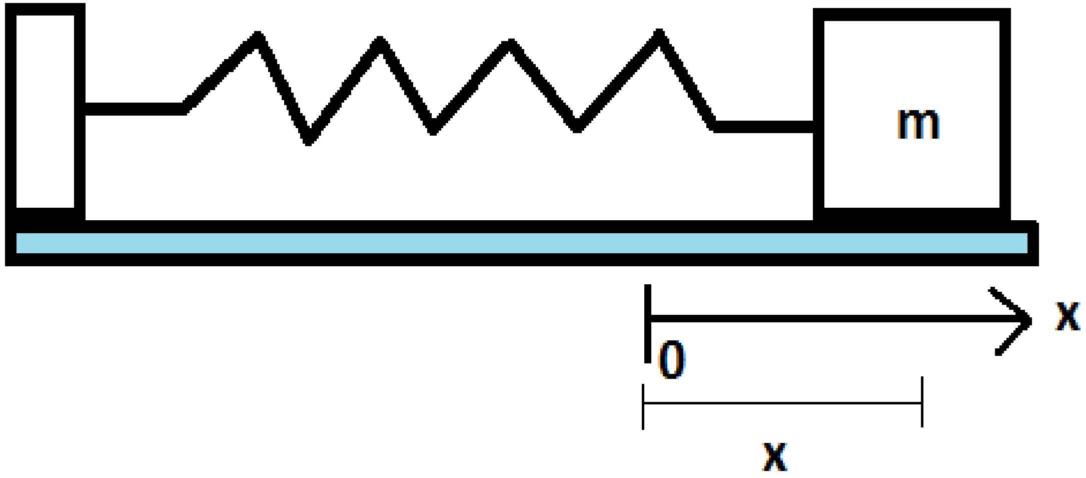




MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES - MHS

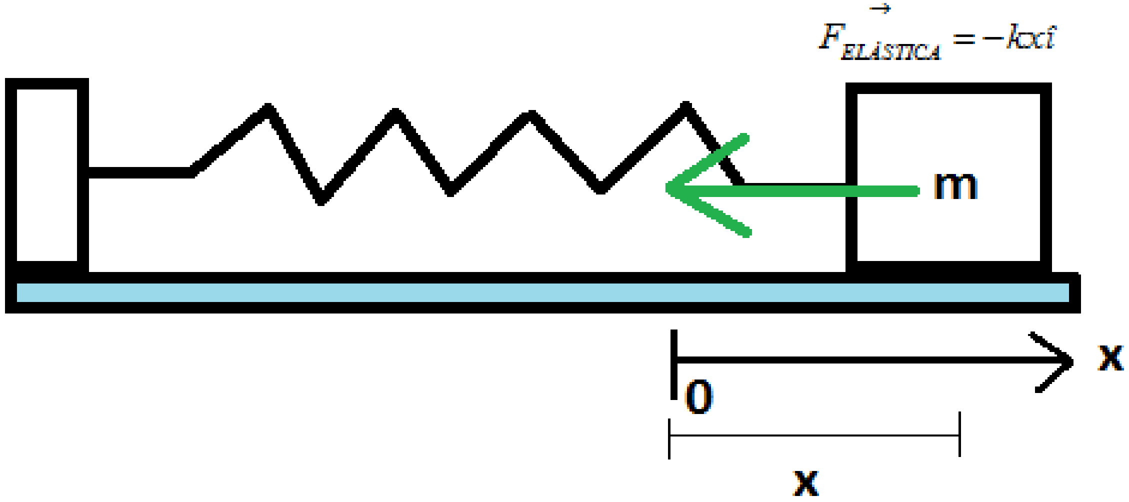
SISTEMA MASSA-MOLA

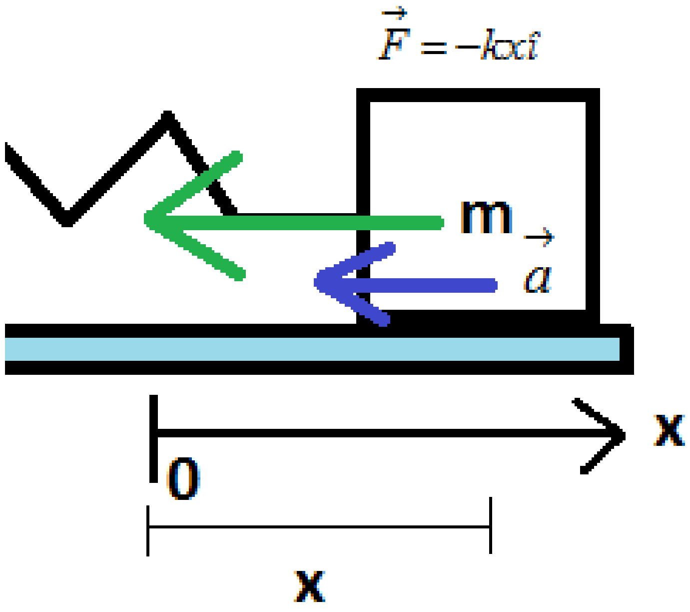




MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES - MHS

SISTEMA MASSA-MOLA





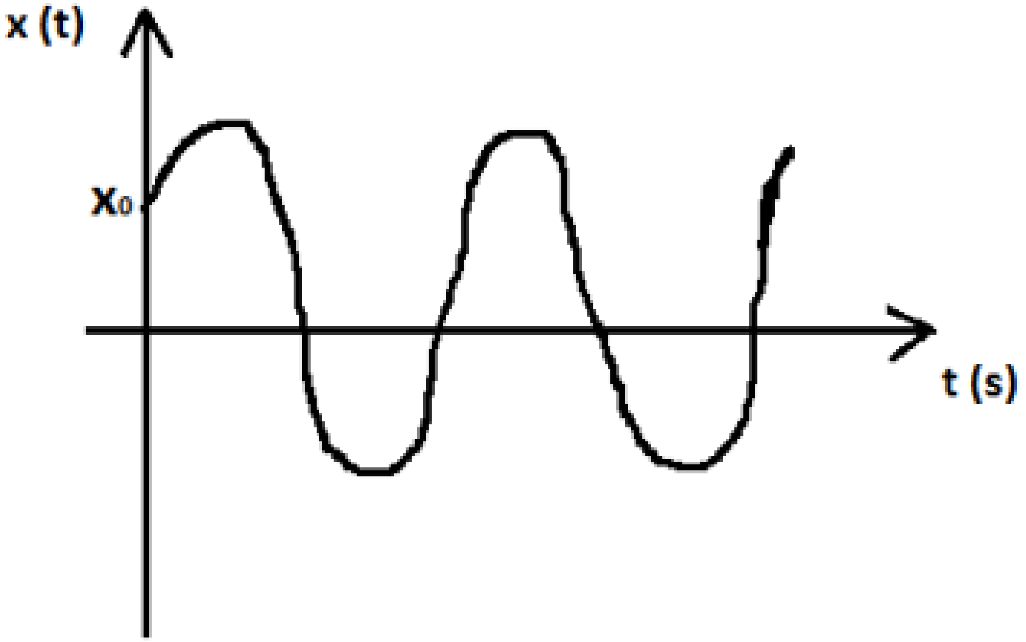
$$\vec{a} = -\frac{\vec{F}}{m}\hat{\imath}$$

$$\vec{a} = -\frac{k}{m}x\hat{\imath}$$

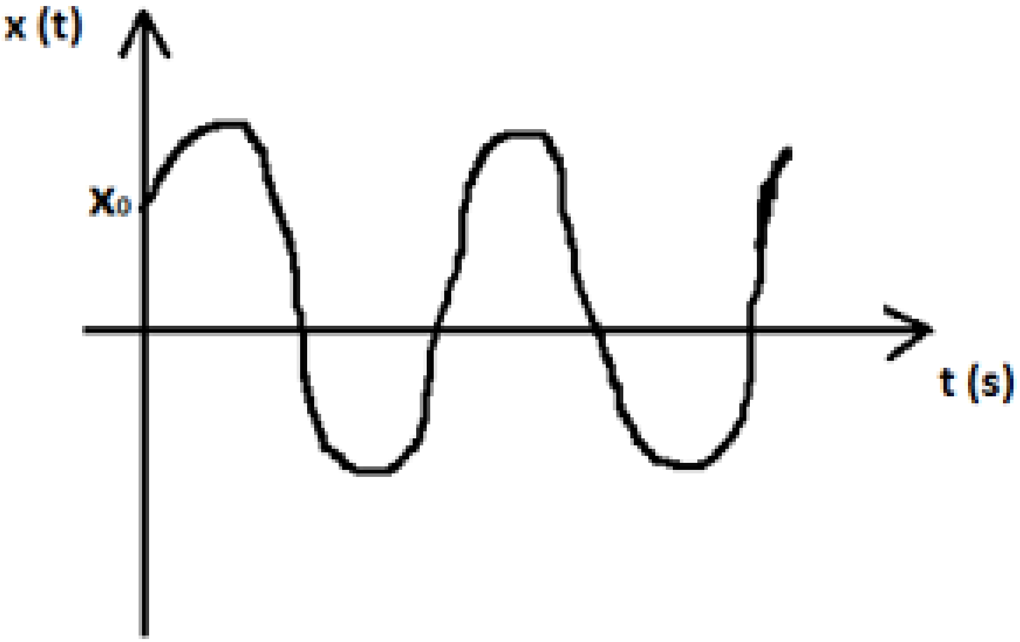
Física – Oscilações

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$



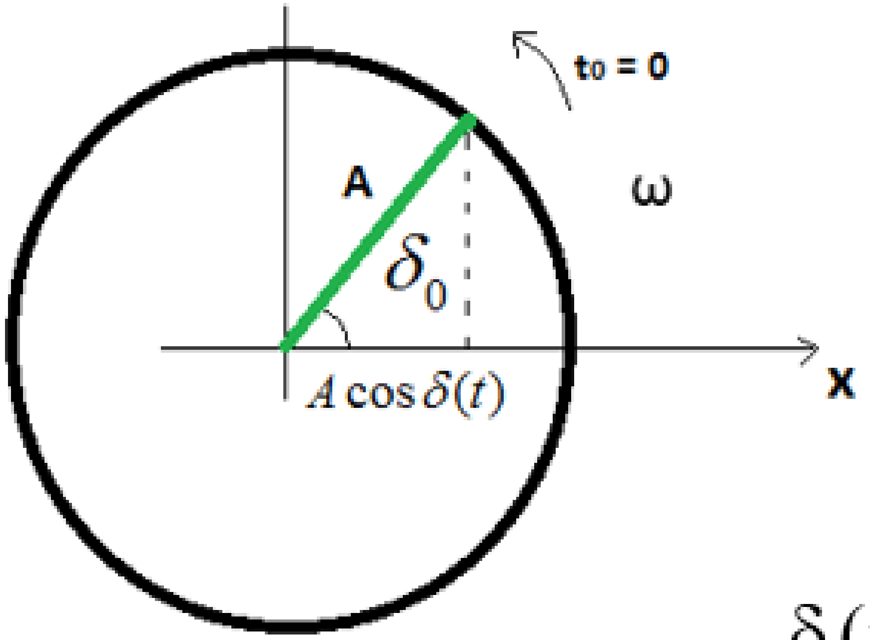
Física – Oscilações



$$x(t) = A\cos\delta(t)$$

$$t = 0 \rightarrow x(0) = A\cos(\delta_0)$$

Movimento Circular e Uniforme (MCU)



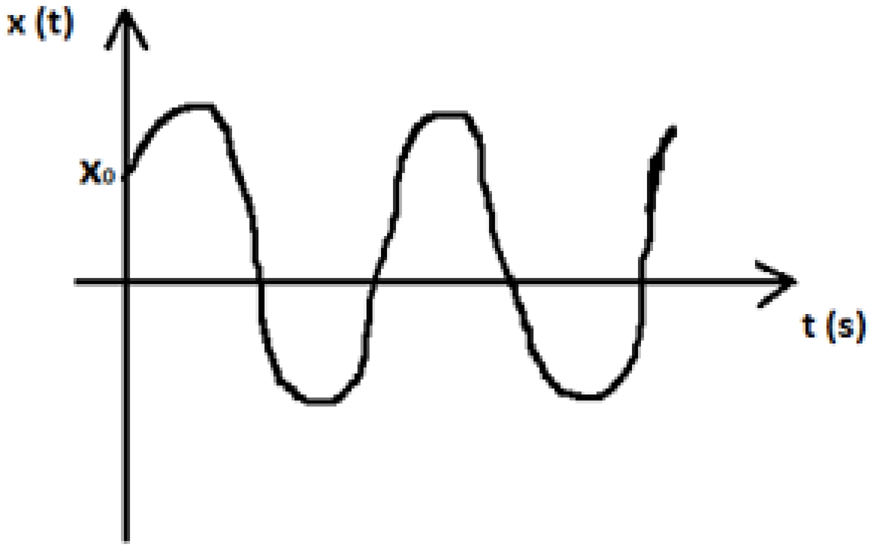
$$t=0 \rightarrow x(0)=A\cos(\delta_0)$$

$$\delta(t)-\delta_0=\omega(t-t_0)$$

$$\omega=\frac{d\delta}{dt} \qquad \int_{\delta_0}^{\delta} d\delta=\int_{t_0}^{t}\omega dt$$

$$\boxed{\delta(t)=\delta_0+\omega t}$$

Física – Oscilações



$$x(t) = A\cos(\omega t + \delta_0)$$

$$V(t) = -A\omega sen(\omega t + \delta_0)$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \delta_0)$$

Física – Oscilações

Algumas aplicações

Período (T) e Frequência (f)

$$x(t) = X(t + T)$$

$$A\cos(\omega t + \delta_0) = A\cos(\omega t + \delta_0 + \omega T)$$

$$\omega T = 2\pi \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Física – Oscilações

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \omega^2 = \frac{k}{m} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Outras aplicações: Condições iniciais

$$x_0 = A\cos\delta_0 \qquad V_0 = -A\omega sen\delta_0$$

$$\frac{V_0}{\omega} = -Asen\delta_0$$

$$\tan\delta_0 = \frac{-V_0}{X_0\omega}$$

$$\boxed{\delta_0 = \arctan\left(\frac{-V_0}{X_0\omega}\right)}$$

Física – Oscilações

$$X_0^2 = A^2 \cos^2 \delta_0$$

$$\left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2 = A^2 sen^2 \delta_0$$

$$X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2 = A^2$$

$$\boxed{A = \pm\sqrt{X_0^2 + \left(\frac{V_0}{\omega}\right)^2}}$$

Física – Oscilações

Exemplo: A posição horizontal (x) de um sistema massa-mola é fornecida pela equação $\mathbf{x(t) = 2{,}0\cos(2t + 3\pi/2)}$, em que x está em metros e t está em segundos.

Determine:

a) a amplitude do movimento;

b) a velocidade angular;

c) a frequência e o período;

d) a constante de fase;

e) as funções da velocidade e da aceleração em função do tempo;

f) X_0; V_0; a_0.

Física – Oscilações

x (t) = 2,0cos(2t + 3π/2)

X (t) = Acos(ωt + δ_0)

a) A = 2,0 m

d) δ_0 = 3π/2 rad

b) ω = 2,0 rad/s

$$c)\,T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2} = \pi s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\pi} Hz$$

Física – Oscilações

e) $x(t) = 2{,}0\cos(2t + 3\pi/2)$

$V(t) = -4{,}0\text{sen}(2t + 3\pi/2)$

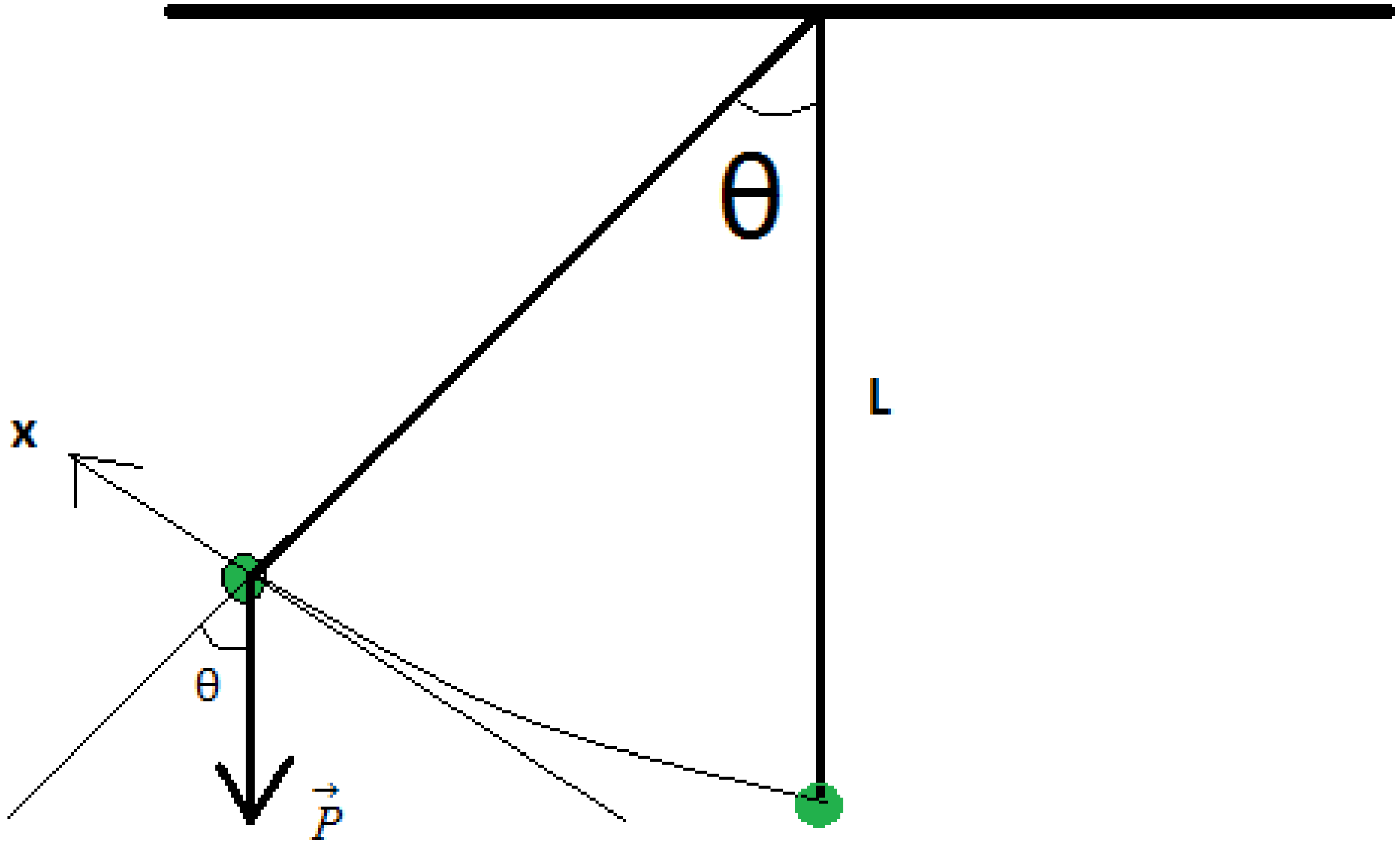
$a(t) = -8{,}0\cos(2t + 3\pi/2)$

f) $x(0) = 2{,}0\cos(3\pi/2) = 0$

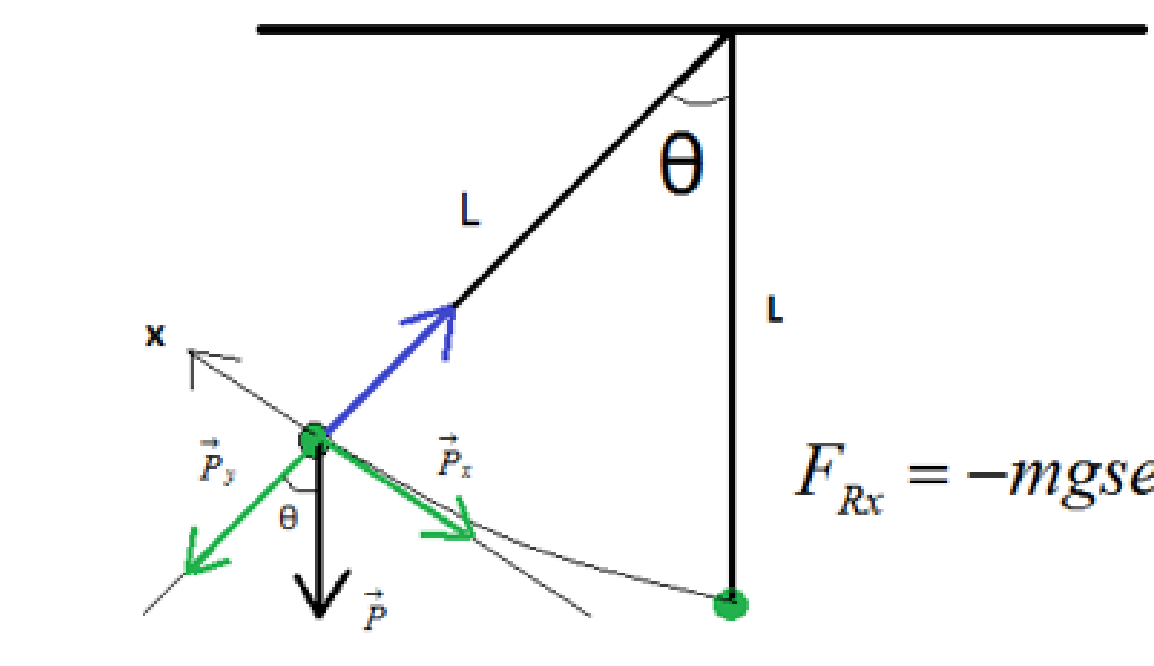
$V(0) = -4{,}0\text{sen}(3\pi/2) = 4 \text{ m/s}$

$a(0) = -8{,}0\cos(3\pi/2) = 0$

Pêndulo Simples



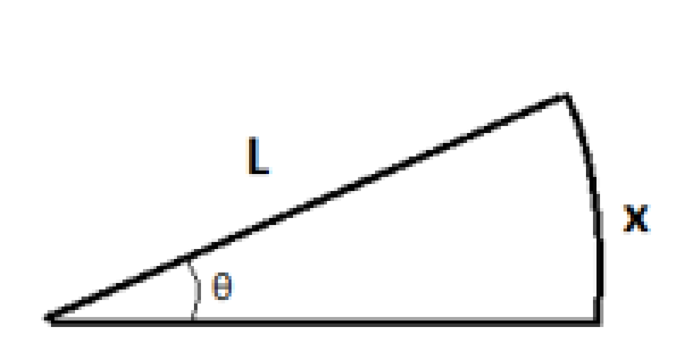
Dedução



$$F_{Rx} = -mgsen\theta$$

$$-mgsen\theta = ma \qquad -gsen\theta = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Dedução



$$\theta = \frac{x}{L}$$

$$x = \theta L$$

$$a_t = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{Ld^2\theta}{dt^2}$$

$$-gsen\theta = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Física – Oscilações

$$\frac{Ld^2\theta}{dt^2} = -g\,sen\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\,sen\,\theta$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta}$$

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta_0)$$

Ângulos pequenos

senθ = θ

$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Exemplo 1

Em um determinado planeta, um pêndulo simples realiza 40 ciclos em 20 segundos. Sabendo-se que o comprimento do pêndulo é igual a 30 cm, determine a aceleração gravitacional do planeta. Qual o período do pêndulo se o comprimento do pêndulo for duplicado?

Física – Oscilações

Resolução:

Dados: n = 40 ciclos Δt = 20 s   L = 0,3 m

$$f = \frac{n}{\Delta t} \qquad f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{40}{20} = 2Hz$$

$$T = \frac{1}{f} \qquad T = \frac{1}{2} = 0{,}5s \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Física – Oscilações

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{L}{g}$$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \qquad g = \frac{4\pi^2}{.0{,}3\;0{,}5^2} = 47{,}3m/s^2$$

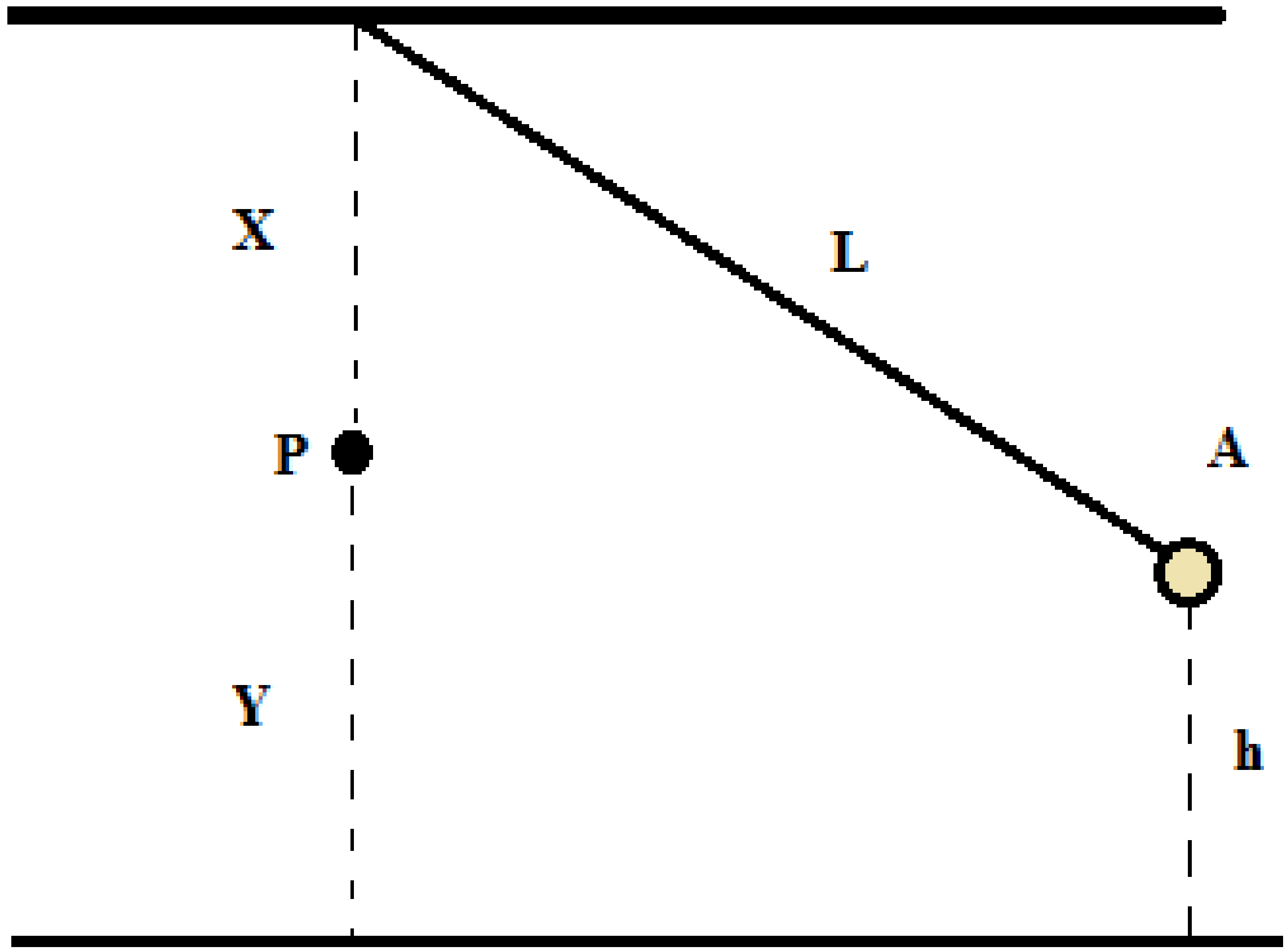
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{g}} = \sqrt{2}(2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T_2 = \sqrt{2}T = 0{,}71s$$

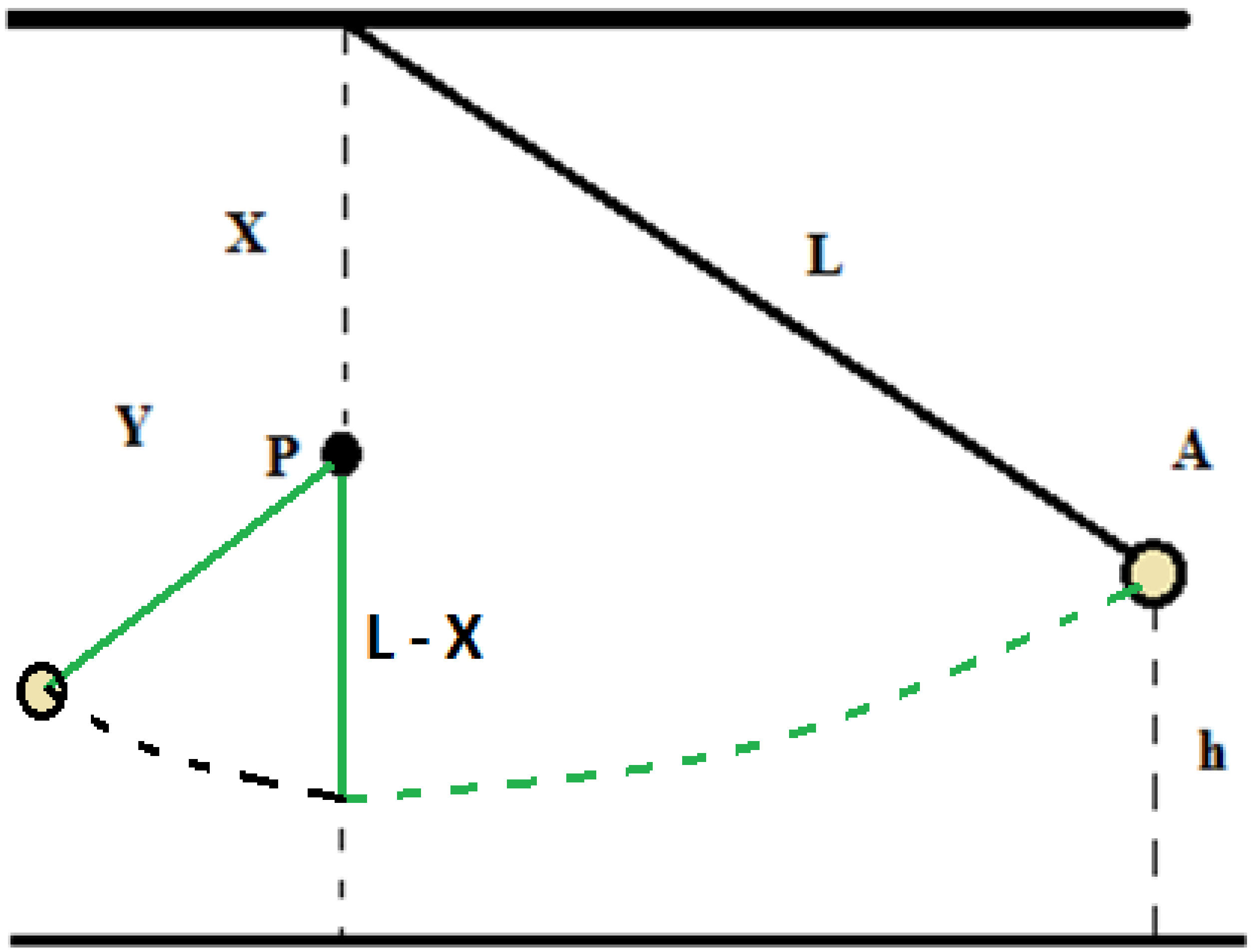
Exemplo 2

Um pêndulo simples é solto do ponto A, conforme mostra a figura a seguir. Quando o pêndulo atinge o ponto mais baixo da trajetória, uma parte do fio encosta em um prego, localizado no ponto P, diminuindo o tamanho do pêndulo. Desprezando as forças de atrito, determine o período (T) do pêndulo em função de L, g, e X.

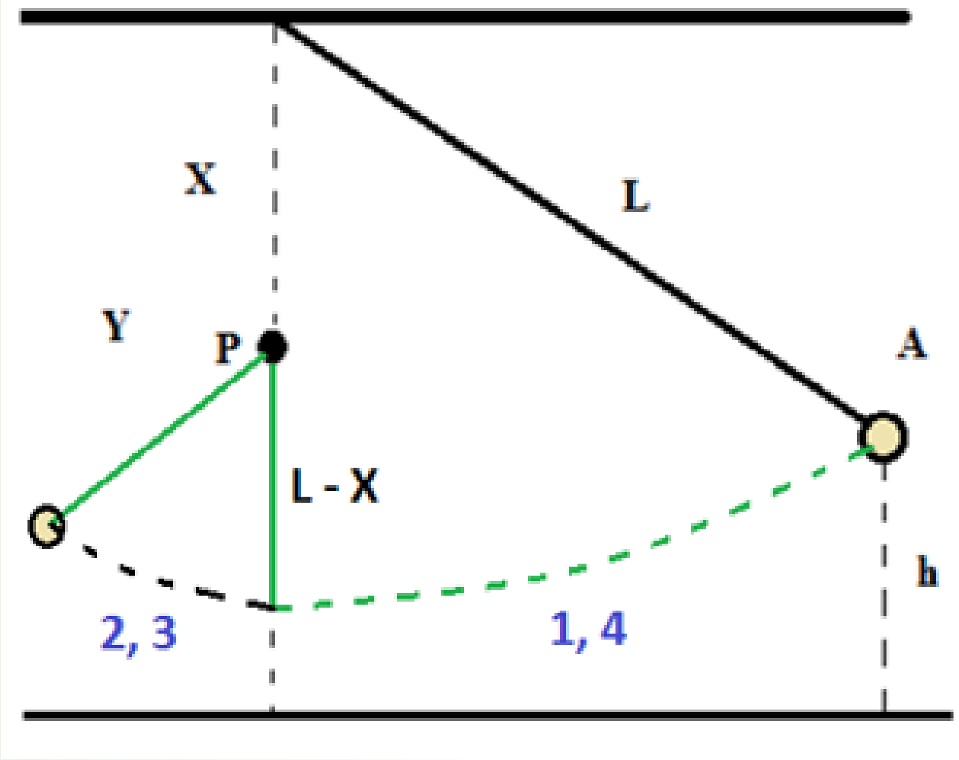
Física – Oscilações



Física – Oscilações



Física – Oscilações



$$T_{1,4} = \left(\frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}{4}\right)x2 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad T_{2,3} = \left(\frac{2\pi\sqrt{\frac{L-X}{g}}}{4}\right)x2 = \pi\sqrt{\frac{L-X}{g}}$$

Física – Oscilações

$$T_{PÊNDULO} = T_{1,4} + T_{2,3}$$

$$T_{1,4} = \left(\frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}{4}\right)x2 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad T_{2,3} = \left(\frac{2\pi\sqrt{\frac{L-X}{g}}}{4}\right)x2 = \pi\sqrt{\frac{L-X}{g}}$$

$$T_{PÊNDULO} = \pi\sqrt{\frac{L}{g}} + \pi\sqrt{\frac{L-X}{g}}$$

$$\boxed{T_{PÊNDULO} = \frac{\pi}{\sqrt{g}}\left(\sqrt{L} + \sqrt{L-X}\right)}$$