



Integrado em Mecatrônica

Matemática

Aula 7

Prof. Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Criciúma

10 de maio de 2021



INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina



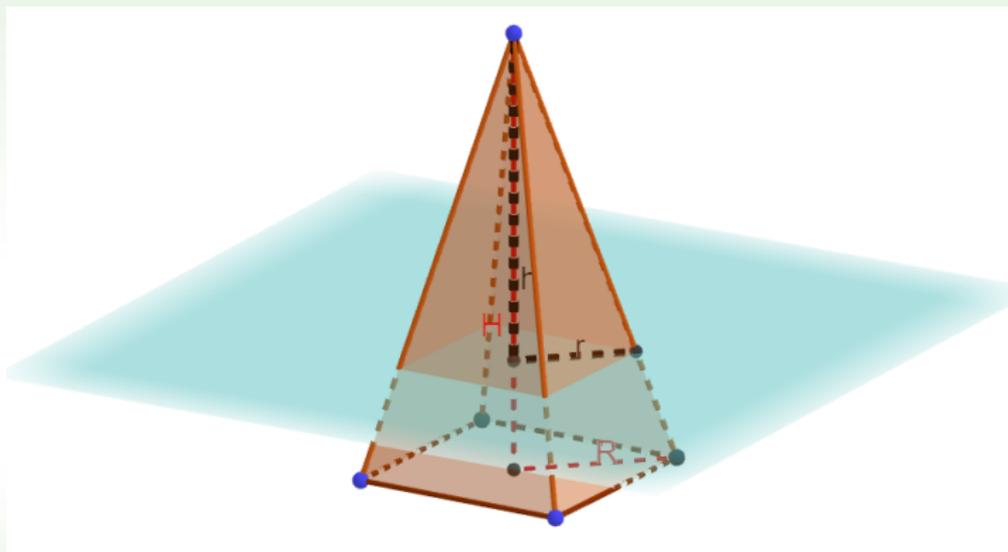
Troncos



INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina



Troncos

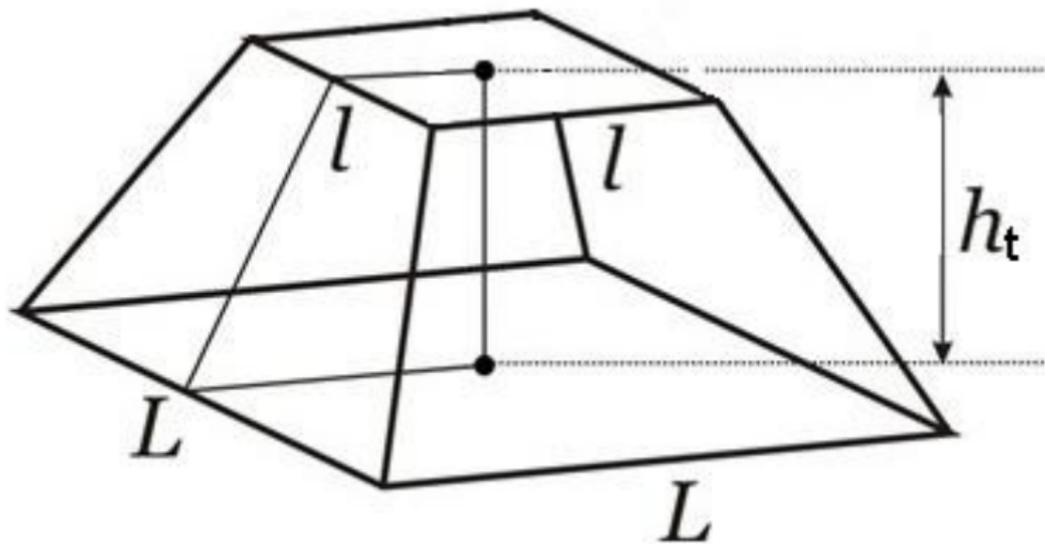




INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

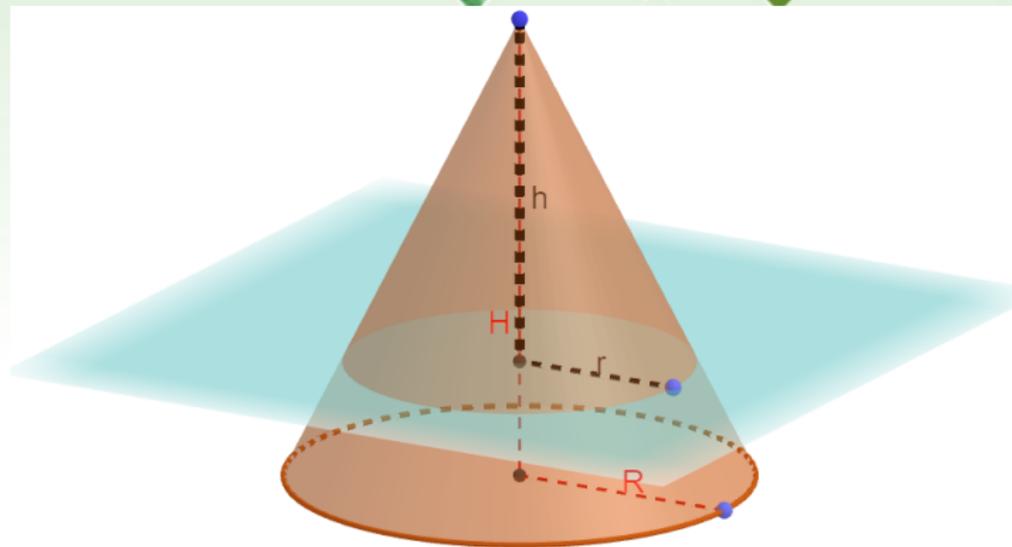


Tronco de pirâmide



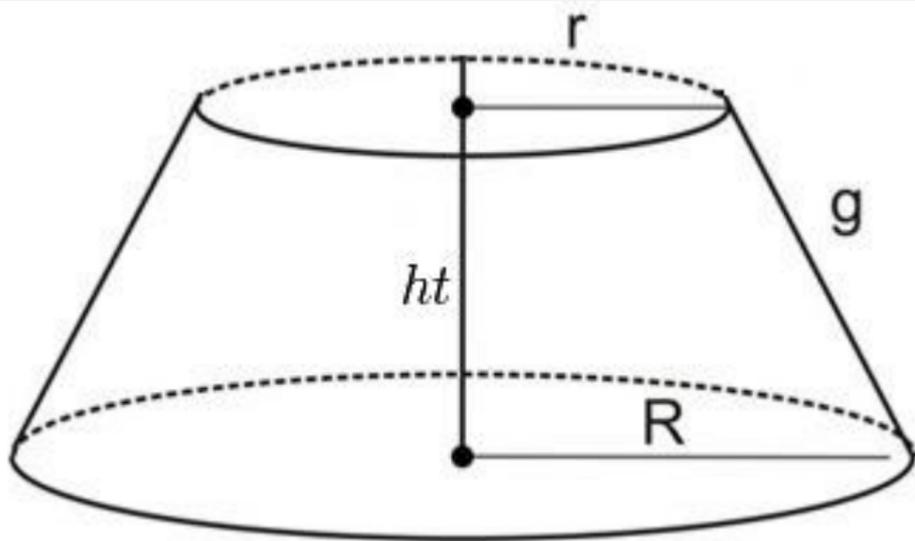


INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina





Tronco de cone





Proporções entre elementos:

Considerando a semelhança entre a pirâmide/cone pequena com a total, temos:

$$\frac{h}{H} = \frac{l(r)}{L(R)}$$

$$\left(\frac{h}{H}\right)^2 = \frac{A_b}{A_B}$$

$$\left(\frac{h}{H}\right)^3 = \frac{v}{V}$$



Exemplo: Uma pirâmide hexagonal regular, de aresta da base 4 cm e altura 8 cm, é seccionada por um plano paralelo à base, distante 2 cm desta base. Determine:

- altura do tronco de pirâmide determinado pela secção;
- aresta da base menor do tronco;
- área da base menor do tronco.



Exemplo: Uma pirâmide hexagonal regular, de aresta da base 4 cm e altura 8 cm, é seccionada por um plano paralelo à base, distante 2 cm desta base. Determine:

- a) altura do tronco de pirâmide determinado pela secção; **2 cm**
- b) aresta da base menor do tronco;
- c) área da base menor do tronco.



Exemplo: Uma pirâmide hexagonal regular, de aresta da base 4 cm e altura 8 cm, é seccionada por um plano paralelo à base, distante 2 cm desta base. Determine:

- a) altura do tronco de pirâmide determinado pela secção; **2 cm**
- b) aresta da base menor do tronco; **3 cm**
- c) área da base menor do tronco.



Exemplo: Uma pirâmide hexagonal regular, de aresta da base 4 cm e altura 8 cm, é seccionada por um plano paralelo à base, distante 2 cm desta base. Determine:

- a) altura do tronco de pirâmide determinado pela secção; **2 cm**
- b) aresta da base menor do tronco; **3 cm**
- c) área da base menor do tronco. **$\frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$**



Exemplo: Um cone circular reto, de raio da base 5 cm e altura 12 cm, é seccionada na metade da sua altura por um plano paralelo.

Determine:

- a) raio da base menor do tronco;
- b) área da base menor do tronco;
- c) geratriz do tronco.



Exemplo: Um cone circular reto, de raio da base 5 cm e altura 12 cm, é seccionada na metade da sua altura por um plano paralelo.

Determine:

- a) raio da base menor do tronco; **2,5 cm**
- b) área da base menor do tronco;
- c) geratriz do tronco.



Exemplo: Um cone circular reto, de raio da base 5 cm e altura 12 cm, é seccionada na metade da sua altura por um plano paralelo.

Determine:

- a) raio da base menor do tronco; **2,5 cm**
- b) área da base menor do tronco; **$6,25\pi \text{ cm}^2$**
- c) geratriz do tronco.



Exemplo: Um cone circular reto, de raio da base 5 cm e altura 12 cm, é seccionada na metade da sua altura por um plano paralelo.

Determine:

- a) raio da base menor do tronco; **2,5 cm**
- b) área da base menor do tronco; **$6,25\pi \text{ cm}^2$**
- c) geratriz do tronco. **6,5 cm**



Relações

$$A_{lat} \text{ tronco de pirâmide regular} = \frac{ap_t}{2}(per_B + per_b)$$

$$A_{lat} \text{ tronco de cone reto} = \frac{g}{2}(per_B + per_b) = \pi g_t(r + R)$$

$$V_{\text{tronco de pirâmide}} = \frac{h_t}{3}(A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)$$

$$V_{\text{tronco de cone}} = \frac{\pi h_t}{3}(R^2 + Rr + r^2)$$

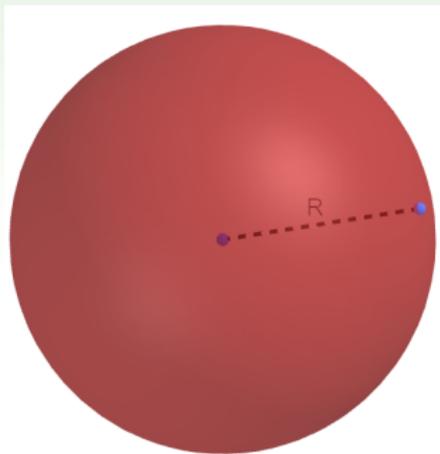


Exemplo: Uma pirâmide quadrangular regular tem altura 30 cm e aresta da base 20 cm. Um plano, distante 12 cm do vértice da pirâmide, paralelo à base, secciona o sólido determinando uma pirâmide menor e um tronco de pirâmide. Calcule o volume e área lateral do tronco.

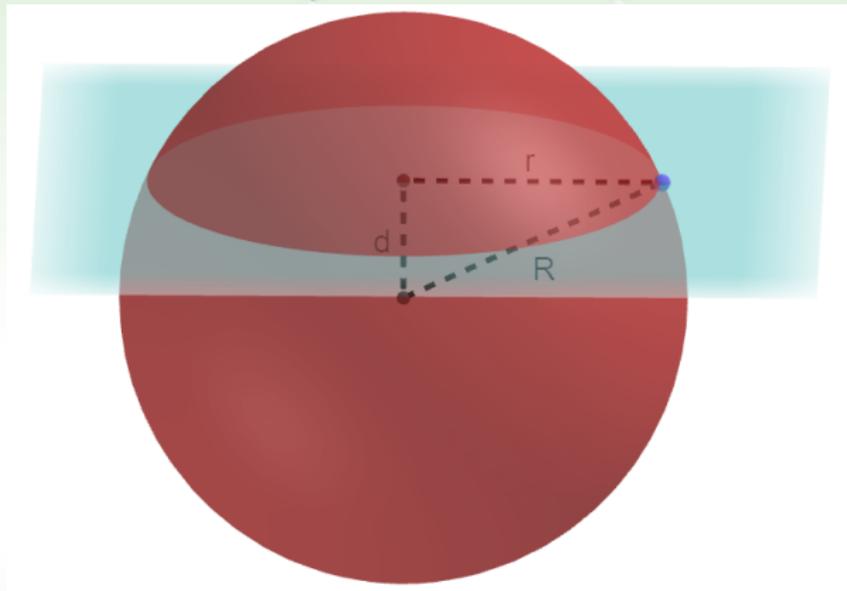


Exemplo: Uma pirâmide quadrangular regular tem altura 30 cm e aresta da base 20 cm. Um plano, distante 12 cm do vértice da pirâmide, paralelo à base, secciona o sólido determinando uma pirâmide menor e um tronco de pirâmide. Calcule o volume e área lateral do tronco. $V = 3744 \text{ cm}^3$ $A_{lat} = 336\sqrt{10} \text{ cm}^2$

Esferas



Toda esfera tem um centro e um raio.

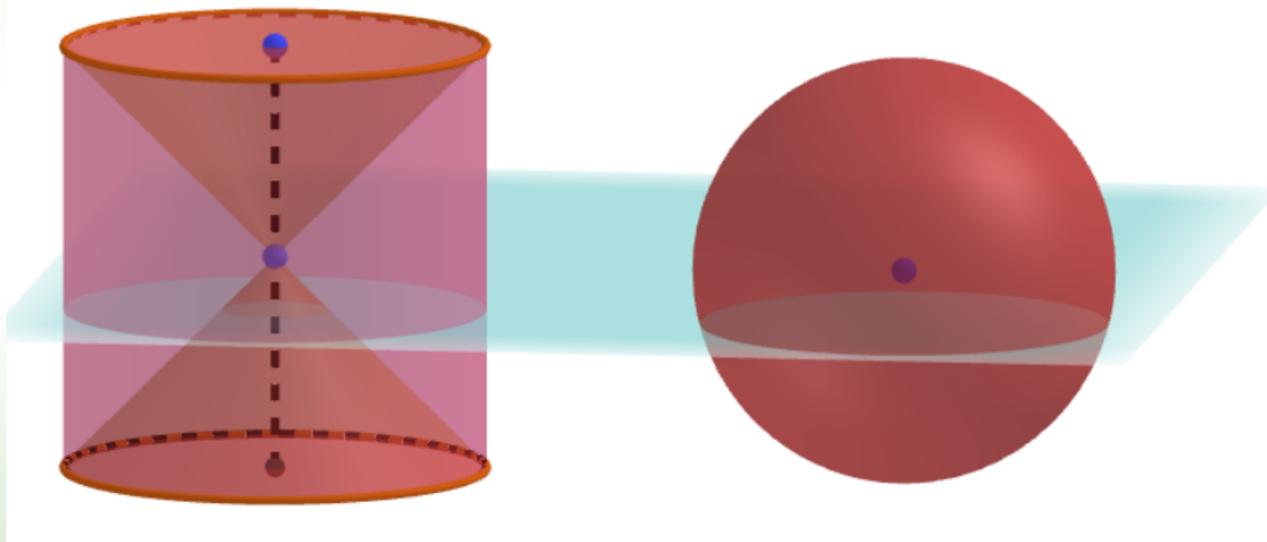


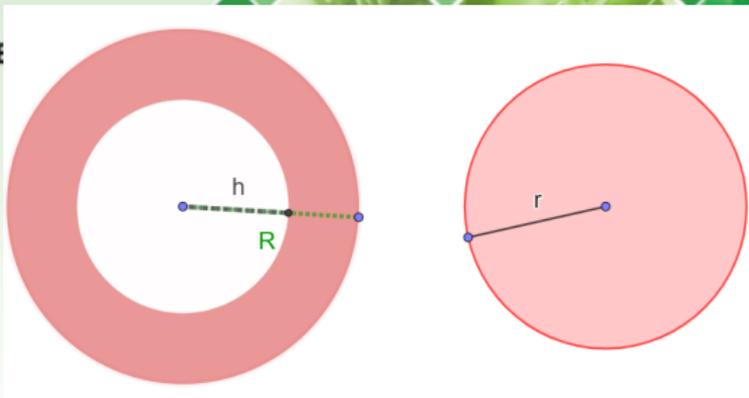
$$R^2 = d^2 + r^2$$



Volume da esfera

Considere uma esfera de raio R e um cilindro equilátero, de raio R e altura $2R$, com dois cones dentro, tendo cada cone raio R e altura R .





Como $R^2 = d^2 + r^2$, então $r^2 = R^2 - d^2$.

Área coroa circular: $A_c = \pi R^2 - \pi d^2 = \pi(R^2 - d^2)$

Área círculo na esfera: $A = \pi r^2 = \pi(R^2 - d^2)$

$$V_{\text{esfera}} = V_{\text{cilindro}} - 2V_{\text{cone}} = \pi R^2 2R - 2 \frac{\pi R^2 R}{3}$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi R^3$$



Exemplo: Um plano secciona uma esfera a uma distância de 6 cm do centro da mesma, determinando um círculo de área $64\pi \text{ cm}^2$.

Determine o volume da esfera.



Exemplo: Um plano secciona uma esfera a uma distância de 6 cm do centro da mesma, determinando um círculo de área $64\pi \text{ cm}^2$.

Determine o volume da esfera. $V = \frac{4000}{3}\pi \text{ cm}^3$



Exemplo: Uma esfera de centro O e raio 15 cm é seccionada por um plano α a 12 cm de O . Calcule:

- a) a área da secção plana;
- b) a área da superfície esférica;
- c) o volume da esfera.



Exemplo: Uma esfera de centro O e raio 15 cm é seccionada por um plano α a 12 cm de O . Calcule:

- a) a área da secção plana; $A = 81\pi\text{ cm}^2$
- b) a área da superfície esférica;
- c) o volume da esfera.



Exemplo: Uma esfera de centro O e raio 15 cm é seccionada por um plano α a 12 cm de O . Calcule:

- a) a área da secção plana; $A = 81\pi\text{ cm}^2$
- b) a área da superfície esférica; $900\pi\text{ cm}^2$
- c) o volume da esfera.



Exemplo: Uma esfera de centro O e raio 15 cm é seccionada por um plano α a 12 cm de O . Calcule:

- a) a área da secção plana; $A = 81\pi\text{ cm}^2$
b) a área da superfície esférica; $900\pi\text{ cm}^2$
c) o volume da esfera. $4500\pi\text{ cm}^3$



Atividades

- 1) Um tronco de cone é obtido pela secção de um cone circular reto, de raio da base 0,7 cm e altura 4,2 cm, por um plano distante 3 cm do vértice do cone original. Determine o volume do tronco de cone.
- 2) Um tronco de pirâmide regular tem por base dois triângulos equiláteros, de lados 4 m e 6 m. Se o volume é $57\sqrt{3} \text{ m}^3$, determine a altura do tronco.
- 3) Em uma esfera, uma secção plana tem área igual a $64\pi \text{ cm}^2$ e dista 6 cm do centro. Calcule a área da superfície esférica.
- 4) Uma melancia é composta de 95% de água. Determine o volume de água que existe em uma melancia esférica de 15 cm de raio.



DESAFIO: Uma esfera de volume $288\pi \text{ dm}^3$ está inscrita em um cone circular reto, de raio da base 9 cm. Um plano, paralelo à base do cone e tangente à esfera, secciona o cone em um cone menor e um tronco. Calcule o volume do tronco de cone.